SEGUNDA UNIDAD

LOGICA PROPOSICIONAL

1.- CONCEPTO DE PROPOSICIONES

Expresiones del lenguaje que corresponden a la función informativa y se caracterizan por ser verdaderas o falsas.

Ejms: Ya nos encontramos en la tercera ola de la pandemia

Las clases virtuales serán todo el 2022

2.- CLASES DE PROPOSICIONES

Simples, atómicas o monádicas.

- Enunciados que no contienen conectivas lógicas u operadores entre sus signos.
- Ej. Rosa es arquitecta
- Se representa por una letra minúscula del alfabeto, llamada **VARIABLE:** “p”, “q”, “r”.....

Compuestas, coligativas o moleculares:

- Contienen por lo menos una conectiva lógica u operador.
- Ej. El fútbol es un deporte propio de varones y el voley de mujeres.
- Conectivas: “y”, “o”, “o...o”, “si ..... entonces”, “si y sólo si”, “no”.

3.-CLASES DE PROPOSICIONES COMPUESTAS O COLIGATIVAS

Clase de proposición	Conectiva	Símbolo	Ejemplo	Expresión lógica
Conjuntivas	Y, pero, sino, además…	$\wedge$	Pedro es abogado y Rosa arquitecta	$p \wedge q$
Disyuntivas inclusivas	"o"	$\vee$	Rosa estudiará medicina o ingeniería	$p \vee q$
Didsyuntivas exclusivas	"O.....o"	$\ddagger$	O esta puerta es de madera o es de fierro	$p \ddagger q$
Condicionales	"si.....entonces"	$\rightarrow$	Si hablas inglés entonces obtendrás una beca	$p \rightarrow q$
Bicondicionales	"si y sólo si"	$\leftrightarrow$	Irás al cine si y sólo si has hecho tus tareas	$p \leftrightarrow q$
Negativas	"no"	~	Ricardo no es abogado	$\sim p$

Conjunción ^	Negación ~	Condicional →	Bicondicional ↔	Disyunción ∨
y	no	si	si y sólo si	o
no obstante	es mentira que	si …. entonces	porque	o también
,	tampoco	es obvio que	puesto que	o incluso
además	es falso que	entonces	ya que	a no ser
pero	no es cierto que	implica a	siempre que	en todo caso
sin embargo	es absurdo que	por lo tanto	siempre y cuando	a menos que
aunque		luego	cuando	
a la vez		ya que … entonces	cada vez que	
también		en consecuencia	dado que	
incluso		puesto que … entonces	es equivalente	
tanto como		porque	es lo mismo que	
ni		sólo así	sólo si … entonces	
tal como		puesto que	solo cuando	
no obstante		cuando		
a pesar				
simultáneamente				
compatible				

CUADRO DE SIMBOLOS O SISTEMAS LOGICOS

Nombre del operador	Se lee	SISTEMAS				LEYES
		Scholz	Hilbert Ackerman	Peano Russell	Luckasie vicz	
Negación	No "p"	~p	-p	-p	Np	V = F F = V
Conjunción	"p" y "q"	p ∧ q	P & q	p . q	Kpq	VV = V
Disyunción débil o inclusiva	"p" o "q"	p ∨ q	P ∨ q	p ∨ q	Apq	FF = F
Disyunción fuerte o exclusiva	o "p" o "q"	p – q p ↮ p	P ↮ q	p ≠ q	Nepq	VF = V FV = V
Condicional	Si "p" Entonces"q"	p → q	P → q	p ⊃ q	Cpq	VF = F
Bicondicional	"p" si y sólo si "q"	p ↔ q	P ↔ q	P ≡ q	Epq	VV = V FF = V
Universalizador	Para toda x, x tiene la propiedad de ser f		∀x Px	(x) Fx	Ux Fx	
Particularizador	Existe al menos una x, tal que x tiene la propiedad de ser f		∃x Px	(∃x) Fx	Px Fx	

4.- SIMBOLIZACION DE PROPOSICIONES

a) **<u>Variables proposicionales:</u>** son las letras minúsculas de los esquemas: “p”, “q”, “r”... Representan a una proposición simple.

b) **<u>Operadores proposicionales o conectivas proposicionales:</u>** Son los símbolos de las conectivas lógicas. Sirven para unir proposiciones:

$\wedge$	=	y
$\vee$	=	o (disyunción inclusiva)
$\equiv$	=	o...o (disyunción exclusiva)
$\rightarrow$	=	Si.... Entonces.
$\leftrightarrow$	=	Si y sólo si.
$\sim$	=	No, no es el caso que, es imposible que….

c. Signos de agrupación:

- Paréntesis, corchetes, llaves..... Los operadores más internos a los paréntesis, corchetes.... son de menor jerarquía que los externos a ellos. El operador más externo es el principal y el que le da el nombre a la fórmula.

  Ej. Si estudias y trabajas, entonces triunfarás.

  Se simbolizan las proposiciones simples:

  Estudias : p

  Trabajas : q

  Triunfarás : r

  Fórmula:

$$(p \wedge q) \rightarrow r$$

- **Método de la puntuación** (contribución de Peano).
  Uso de puntos en lugar de paréntesis en la simbolización de proposiciones complejas. Los puntos se colocan a ambos lados de los operadores. El operador que tenga mayor cantidad de puntos es el más importante y el que determina la estructura coligativa básica de la expresión. Los operadores que no tienen puntos son los de menor jerarquía.
  Ej. N°1: Si has estudiado, entonces pasarás de ciclo y no te engañarás.
  Simbolización de las proposiciones simples:
  Has estudiado = p
  Pasarás de ciclo = q
  Te engañarás = r
  Fórmula:

$$P\ .\rightarrow.\ q \wedge \sim r$$

Ejercicio 2: Disminuirá el número de infectados siempre y cuando se respete la distancia social y se usen las mascarillas

Proposiciones simples:
Disminuirá el número de infectados : p
Se respete la distancia social : q
Se usen mascarillas : r
Simbolización: $p \leftrightarrow (q \wedge r)$ $p \,.\leftrightarrow.\, q \wedge r$

Ejercicio 3: O si estudias entonces obtendrás buenas calificaciones, o si no estudias entonces repetirás el ciclo

Proposiciones simples:
Estudias : p
Obtendrás buenas calificaciones : q
Repetirás el ciclo : r
Simbolización: $(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \rightarrow r)$ $p \rightarrow q \,.\equiv.\, \sim p \rightarrow r$

Ejercicio 4: Habrá tercera ola, si no disminuyen los infectados; pero se prolongará todo el 2022 si aumentan los muertos

Proposiciones simples:
Habrá tercera ola : p
Disminuyen los infectados : q
Se prolongará hasta el 2022 : r
Aumentan los muertos : s

SIMBOLIZACIÓN
$(\sim q \rightarrow p) \wedge (s \rightarrow r)$
$\sim q \rightarrow p \;.\wedge.\; s \rightarrow r$

Ejercicio 5: Si el Perú es productor de petróleo, mejorará el nivel de vida de los peruanos; pero no mejorará el nivel de vida de los peruanos. Entonces no es productor de petróleo

Proposiciones simples:
El Perú es productor de petróleo : p
Mejorará el nivel de vida de los peruanos: q

SIMBOLIZACIÓN
$[(p \rightarrow q) \wedge \sim q\,] \rightarrow \sim p$
$p \rightarrow q \;.\wedge.\; \sim q : \rightarrow : \sim p$

PROPIEDADES INTRINSECAS DE LAS PROPOSICIONES

- **CUALIDAD**
  - Afirmativa: afirma algo de un sujeto
  - Negativa: niego algo de un sujeto
- **MODALIDAD**
  - Asertòricas: describe simplemente un hecho
  - Problemàtica: describe una situación posible
  - Apodíptica: Describe una situación necesaria
- **CANTIDAD**
  - Individual: Se refiere a un solo individuo
  - Particular: se refiere a varios individuos
  - Universal: se refiere a la totalidad

5.- LAS PROPOSICIONES COMPUESTAS Y LAS TABLAS DE VALORES

a) La conjunción: es verdadera únicamente cuando ambos componentes son verdaderos.
Ej. La nieve es blanca y el cielo es azul: $p \wedge q$

p	q	p	$\wedge$	q
V	V		V	
V	F		F	
F	V		F	
F	F		F	

b) **La disyunción inclusiva:** indica que al menos una de ellas es verdadera.
Es falsa sólo cuando sus dos componentes son falsos. En los demás casos es verdadera.
Ej. Enrique es un profesor o un estudiante: $p \vee q$

p	q	p	$\vee$	q
V	V		V	
V	F		V	
F	V		V	
F	F		F	

c) **Disyunción exclusiva:** Indica que la verdad de una excluye a la otra.

Es verdadera sólo cuando ambos componentes tienen diferente valor.

Ej. Este portón o es de madera o es de fierro: p ≡ q

I

p	q	p	≡	q
V	V		F	
V	F		V	
F	V		V	
F	F		F	

d. **Condicional:** Afirma que si el antecedente es verdadero, el consecuente es verdadero.

Es falsa sólo cuando el antecedente es verdadero y el consecuente falso.

Ej. Si estudias entonces aprobarás el examen: p → q

p	q	p	→	q
V	V		V	
V	F		F	
F	V		V	
F	F		V	

e) La bicondicional:

Es verdadera cuando los dos componentes tienen el mismo valor.

Ej. El agua se congela si y sólo si la temperatura está bajo cero: $p \leftrightarrow q$

p	q	p	↔	q
V	V		V	
V	F		F	
F	V		F	
F	F		V	

f. La negación:

Cumple la función de negar una afirmación o de afirmar una negación.

Ej. Lima está en Europa : p

Lima no está en Europa: ~ p

p	~	P
V	F	
F	V	

TABLA DE VALORES CON DOS VARIABLES

Se comienza con las conectivas de menor jerarquía, ascendiendo a las de mayor jerarquía hasta culminar en la conectiva principal.

Si la fórmula está expresada **con paréntesis** los operadores más internos a los paréntesis son los de menor jerarquía, luego los internos a los corchetes y luego a las llaves.

Si la fórmula está expresada **con puntos** los operadores que no tienen puntos son los de menor jerarquía, luego los que tienen un punto..... El operador con mayor cantidad de puntos es el principal y el que se resuelve al final.

Ejemplo 1: $p \wedge q \;.\rightarrow.\; p \wedge q$

1 3 2

p	q	p	$\wedge$	q	.	$\rightarrow$	.	p	$\wedge$	q	
V	V		V			V			V		
V	F		F			V			F		
F	V		F			V			F		
F	F		F			V			F		

Ejercicio 2: $\sim (p \leftrightarrow q \ .\wedge. \ \sim p \rightarrow \sim q)$

6 1 5 2 4 3

p	q	~	(	p	↔	q	.	∧	.	~	p	→	~	q	)
V	V	F			V			V		F		V	F		
V	F	V			F			F		F		V	V		
F	V	V			F			F		V		F	F		
F	F	F			V			V		V		V	V		

TABLA DE VALORES CON TRES VARIABLES

El método es el mismo que para las fórmulas con dos variables. Lo que varía es el número de valores. Este se obtiene aplicando la fórmula:
2 elevado a la potencia **N**. En lugar de la **N** se ubica el número de variables.

Con 3 variables = 8 posibilidades.
Con 4 variables = 16 posibilidades
Con 5 variables = 32 **posibilidades.**

Ejercicio 1: $p \vee q \;.\!\rightarrow\!.\; p \vee r : \rightarrow : r \vee p$

p	q	r	p	$\vee$	q	.	$\rightarrow$	.	p	$\vee$	r	:	$\rightarrow$	:	r	$\vee$	p
V	V	V		V			V			V			V			V	
V	V	F		V			V			V			V			V	
V	F	V		V			V			V			V			V	
V	F	F		V			V			V			V			V	
F	V	V		V			V			V			V			V	
F	V	F		V			F			F			V			F	
F	F	V		F			V			V			V			V	
F	F	F		F			V			F			F			F	

Ejercicio 1: $(p \wedge \sim q) \rightarrow [(p \equiv r) \leftrightarrow (r \vee p)]$

p	q	r	(p	∧	~	q)	→	[(	p	≡	r	)	↔	(r	∨	p	)]
V	V	V	V	F	F		V		V	F	V		F		V		
V	V	F	V	F	F		V		V	V	F		V		V		
V	F	V	V	V	V		F		V	F	V		F		V		
V	F	F	V	V	V		V		V	V	F		V		V		
F	V	V	F	F	F		V		F	V	V		V		V		
F	V	F	F	F	F		V		F	F	F		V		F		
F	F	V	F	F	V		V		F	V	V		V		V		
F	F	F	F	F	V		V		F	F	F		v		F		

CLASES DE ESQUEMAS MOLECULARES

1. **Tautológicos o lógicamente verdaderos:**
   Cuando el resultado final, después de aplicada la tabla de valores, es: todos valores verdaderos (**VV**).
2. **Consistentes o contingentes:**
   Cuando el resultado final es valores verdaderos y falsos a la vez (**VF**).
3. **Contradictorios, inconsistentes o incontingentes:**
   Cuando el resultado final es todos valores falsos (**FF**).

PRINCIPIOS LOGICOS

1. **Principio de identidad:** Toda proposición verdadera es verdadera, porque toda proposición se implica a sí misma. Ej. “Si el número dos es par entonces es par” : $p \rightarrow p$

p	p	→	p
V	V	V	V
F	F	V	F

2. **Principio de no contradicción:** dos proposiciones contrarias no pueden ser ambas verdaderas. Ej. Es imposible que el 2 sea par y no sea par: $\sim (p \wedge \sim p)$

p	~	(	p	∧	~	p	)
V	V		V	F	F		
F	V		F	F	V		

3. **Principio del tercio excluido:** Una proposición cualquiera es verdadera o falsa. Si “p” es es una proposición verdaera cualquiera, su falsedad se enunciará como “ ~ p “. Ej. “Las alumnas son o no son estudiosas”: $p \vee \sim p$

p	p	$\vee$	~	p
V	V	V	F	
F	F	V	V	

EL METODO ABREVIADO DE LA TABLA DE VALORES

Sirve para determinar si un esquema cualquiera es tautológico o contradictorio

REGLAS

1. Ubicar en el esquema la conectiva principal y asignarle el valor de falsedad (**F**) si se trata de probar una tautología o el valor de verdadero (**V**) si se trata de probar una contradicción.

   Ej 1: Probar si es tautológico:

   a) $(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge \sim p)$: **disyunción.**

   b) $(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge \sim p)$: Si le asigna **F** a la **disyunción.**

   F

2. Determinar los valores de los otros operadores a partir del valor conocido (supuesto), siguiendo la jerarquía de mayor a menor en ambos lados.

c) $(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge \sim p)$: Se le asigna los valores de F en F F F ambos extremos que son conjunciones para que sea F la disy.

d) $(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge \sim p)$: Se arregla los valores de ~ q y de F F V F F ~ p de la conjunción de la derecha para asegurar su falsedad.

e) $(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge \sim p)$: Se determina los valores de p y q F F V F F F V partiendo de sus negaciones. Así se confirma la falsedad de la conjunción de la derecha.

f) $(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge \sim p$: Se traslada los valores de p y q de V F F F V F F F V la derecha a las variables p y q de la conjunción de la izquierda

3. Observar si las variables tienen los mismos valores o valores contradictorios. Basta que aparezca una contradicción (una misma variable que se repite con valores opuestos), para que se pruebe lo que se busca.

En el ejemplo anterior no se descubre ninguna contradicción entre los valores de las variables que se repiten. El esquema, por lo tanto, **no es tautológico.**

Ej. 2: probar si es tautológico:

$$[(p \rightarrow q) \wedge r] \leftrightarrow [r \wedge \sim (p \wedge \sim q)]$$

V V V F F V V V F F V

Sí es tautológico porque la variable "r" aparece con valores contradictorios.

F V

Ejercicio 3: probar si es contradictorio.

$$p \leftrightarrow q :\leftrightarrow : p \rightarrow q \;.\wedge.\; \sim (q \wedge \sim p)$$

F V F V F V F V V F F V F.

No se ha encontrado ninguna variable con valores opuestos. Por lo tanto, no es contradictorio.

Ejercicio 4: Probar si es contradictorio.

$$[(p \wedge q) \rightarrow q] \rightarrow [\sim r \wedge \sim (r \rightarrow \sim p)]$$

V V F V V V V F F V.

Las variables q y r aparecen con valores contradictorios. Por lo tanto, este esquema es contradictorio.

V F F V